Пивоваров Даниил призер

Итого 21 Артём

М-11-4

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019–2020 уч. г. МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 11 КЛАСС

Задача 1. Существуют ли три таких ненулевых действительных числа a, b и c, что все три уравнения $ax^2+b=0$, $bx^2+c=0$ и $cx^2+a=0$ имеют решения?

Задача 2. В треугольнике ABC проведена медиана BM. Оказалось, что угол AMB равен 60°. На продолжении стороны AC за точку A отмечена точка D такая, что $AD = BM$. Докажите, что треугольник CBD равнобедренный.

Задача 3. Стоимость одной акции фирмы «Рога и копыта» в начале составляла 1 рубль. Каждый следующий день она либо утраивалась, либо увеличивалась на 1 рубль. Спустя 100 дней акция стала стоить 2019 рублей. Могло ли так оказаться, что за эти 100 дней стоимость акции утраивалась ровно 5 раз?

Задача 4. Алёна разбила все натуральные числа от 1 до 2019 на 450 групп. Затем она вычислила произведения чисел в каждой группе и посчитала сумму цифр каждого получившегося произведения. Могла ли Алёна получить 450 одинаковых чисел?

Задача 5. Боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равно 1, а плоские углы при вершине S равны по 15°. Точки X, Y, Z отмечены на ребрах SB, SC, SD соответственно. Какое минимальное значение может принимать сумма $AX+XY+YZ+ZA$?

Задача 6. Докажите, что число способов разрезать клетчатую доску 6×7 на трёхклеточные уголки — чётно.

За полное решение каждой задачи даётся 7 баллов.

Задача 6. 7б.

1) $6\cdot7=42$

2) $42:3=12$ - комплектов по 3 клетки

Следовательно, число способов разрезать на трёхклеточ уголки - чётное, что и требовалось доказать.

Задача №1 7б

$$\begin{cases} ax^2+b=0 \\ bx^2+c=0 \\ cx^2+a=0 \end{cases}$$

(1) Чтобы уравнение имело решение необходимо если $a>0$, то $b<0$ для первого уравнения,

тогда

· второе уравнение $b<0$, $c>0$

· третье получается, что $a>0$, $c>0$ и

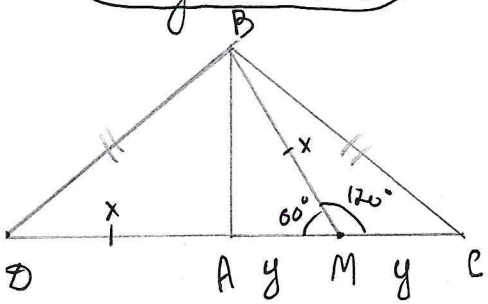
М-11-4.

и уравнение не имеет решений.

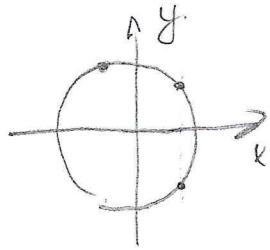
Следовательно, не существует таких ненулевых действительных чисел a, b и c

Ответ: нет, ведь нет a, b, c в действительных ненулевых числах.

Задача № 2 7б



По теореме косинусов:



$BC^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos 120°$

$BC^2 = x^2 + y^2 + xy$

$BD^2 = x^2 + (x+y)^2 - 2x(x+y)\cos 60°$

$BD^2 = x^2 + y^2 + xy$, а $BC^2 = x^2 + y^2 + xy$ => что

$BD^2 = BC^2$ => что $BD = BC$, а значит

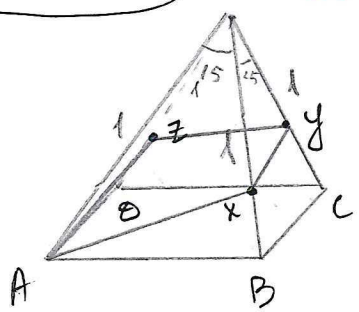
$\triangle BDC$ – равнобедренный, ч.т.д

Задание 4 0б

$\cancel{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}$

Произведение всех чисел от 1 до 2019 – кратно 450, исходя из условия => следовательно можно составить 450 групп с одинаковыми ответами

Задание 5. 0б



$AX + XY + YZ + ZA$.

$f(x) = XY + ZY + AZ + AX$

$XY = (1-x) + (1-y) - 2(1-x)(1-y)$

$ZY = (1-z) + (1-y) - 2(1-y)(1-z)$

$AZ = (1-z) + 1 - 2(1-z)\cos 15°$

$AX = (1-x) + 1 - 2(1-x)\cos 15°$.